



Ce document a été mis en ligne par l'organisme [FormaV®](#)

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :

www.formav.co/explorer

CORRIGE

Ces éléments de correction n'ont qu'une valeur indicative. Ils ne peuvent en aucun cas engager la responsabilité des autorités académiques, chaque jury est souverain.

MATHÉMATIQUES
BTS – GROUPEMENT C – SESSION 2010

CORRIGE

EXERCICE 1 (12 points)

Questions	Éléments de correction	Commentaires	Points
A 1) a)	L'équation différentielle $2y'' + y' - y = 0$ est de la forme $ay'' + by' + cy = 0$. On résout l'équation du second degré : $2r^2 + r - 1 = 0$ qui admet pour solutions : $r_1 = -1$ et $r_2 = \frac{1}{2}$ Les solutions de $2y'' + y' - y = 0$ sont les fonctions définies sur $\mathbf{R}$ par : $h(x) = \alpha e^{-x} + \beta e^{\frac{x}{2}}$ avec α et β deux nombres réels.		2
A 1) b)	On calcule la dérivée de g. On a : $g'(x) = a$ g est donc solution de (E) si et seulement si, pour tout réel x, on a : $2g''(x) + g'(x) - g(x) = -x + 2$ donc si : $a - (ax + b) = -x + 2$. Par identification on obtient le système : $\begin{cases} -a = -1 \\ a - b = 2 \end{cases}$ donc $a = 1$, $b = -1$ et $g(x) = x - 1$		1
A 1) c)	Les solutions de (E) sont les fonctions sommes des fonctions solutions h de $2y'' + y' - y = 0$ et de la solution particulière g; donc les solutions sont les fonctions définies sur $\mathbf{R}$ par : $f(x) = \alpha e^{-x} + \beta e^{\frac{x}{2}} + x - 1$ avec α et β deux nombres réels.		1
A 2)	On cherche les réels α et β tels que $f(0) = 0$ et $f'(0) = 0$; On a $f'(x) = -\alpha e^{-x} + \frac{1}{2}\beta e^{\frac{x}{2}} + 1$. D'où le système : $\begin{cases} \alpha + \beta - 1 = 0 \\ -\alpha + \frac{1}{2}\beta + 1 = 0 \end{cases}$ donc $\alpha = 1$ et $\beta = 0$. On obtient $f'(x) = e^{-x} + x - 1$.		1
B 1) a)	On détermine la dérivée f' de f. On obtient $f'(x) = -e^x + 1$; D'où $f'(x) > 0 \Leftrightarrow e^{-x} < 1 \Leftrightarrow -x < 0 \Leftrightarrow x > 0$. La fonction f' est strictement positive sur $]0; +\infty[$.		1,5

B 1) b)	On a $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x = -\infty$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ donc $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.			1
B 1) c)	x	0	$+\infty$	1
	$f'(x)$	+		
	f	0	$+\infty$	
B 2) a) b)	$f(x) - (x-1) = e^{-x}$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-x} = 0$ donc la droite D est bien asymptote à la courbe C. De plus $e^{-x} > 0$ pour tout réel x , donc la courbe est située au-dessus de la droite D. Construction de l'asymptote D et de la courbe C.			1
B 3)				1
B 4)	$\int_0^2 e^{-x} dx = [-e^{-x}]_0^2 = -e^{-2} + e^0 = 1 - e^{-2}$. L'unité d'aire est ici 4 cm^2 donc l'aire cherchée, en cm^2 est égale à $A = 4 \int_0^2 e^{-x} dx = 4(1 - e^{-2}) \quad A \approx 3,46 \text{ cm}^2$			1,5

EXERCICE 2 (8 points)

A 1.	$T = \frac{X - 60,3}{\sigma}$ $P(59,5 \leq X \leq 61,1) = P(-2 \leq T \leq 2) = 2\pi(2) - 1 \approx 0,95$	2
A2.	$2\pi\left(\frac{0,8}{\sigma}\right) - 1 = 0,99$ soit $\pi\left(\frac{0,8}{\sigma}\right) = 0,995$, à l'aide de la table $\frac{0,8}{\sigma} = 2,575$ donc $\sigma \approx 0,31$.	2
B.1.	Y suit une loi binomiale de paramètres $n = 80$ et $p = 0,05$	1
B2.	$P(Y = 3) = C_{80}^3 0,05^3 \times 0,95^{77} \approx 0,2$	1
B3.	Le paramètre de cette loi de poisson est $P(Y \leq 3) = P(Y = 0) + P(Y = 1) + P(Y = 2) + P(Y = 3)$ $\approx 0,43$ $\lambda = np = 4$	2