Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV©

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour en savoir plus sur nos formations disponibles, veuillez visiter :
www.formav.co/explorer

# Brevet de Technicien Supérieur
# Groupement D

MATHÉMATIQUES

SESSION 2015

Durée : 2 heures

| SPÉCIALITÉS | COEFF |
|---|---|
| ANALYSE DE BIOLOGIE MÉDICALE | 1 |
| BIOANALYSE ET CONTRÔLES | 2 |
| BIOTECHNOLOGIES | 1 |
| INDUSTRIES PLASTIQUES « EUROPLASTIC » À RÉFÉRENTIEL COMMUN EUROPÉEN | 1,5 |
| MÉTIERS DE L'EAU | 1,5 |
| PEINTURES, ENCRES ET ADHÉSIFS | 2 |
| QUALITÉ DANS LES INDUSTRIES ALIMENTAIRES ET LES BIO-INDUSTRIES | 2 |

**Matériel autorisé :**

Toutes les calculatrices de poche, y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

*Circulaire 99-186 du 16 novembre 1999*

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

**Ce sujet comporte 6 pages numérotées de 1 à 6.**

Base Nationale des Sujets d'Examen de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

# EXERCICE 1 (11 points)

**Pharmacocinétique**

On s'intéresse à une maladie dégénérative de l'œil qui occasionne des troubles de la vision. Afin de freiner son évolution, deux traitements sont possibles. Dans cet exercice, on étudie, pour ces deux traitements, l'évolution de la quantité des principes actifs présents dans le sang en fonction du temps.

**Les parties A et B peuvent être traitées de façon indépendante.**

## Partie A : Étude du premier traitement

Les questions 1 et 2 peuvent être traitées de façon indépendante.

Le premier traitement consiste à faire absorber au malade par voie orale un médicament qui libère peu à peu le principe actif qui passe dans le sang. Il est efficace lorsque la quantité de principe actif est supérieure ou égale à 5 mg. On admet qu'à l'instant $t = 0$ la quantité de principe actif présente dans le sang est de 1 mg.

1. **Résolution d'une équation différentielle**

   L'évolution en fonction du temps (exprimé en heures), de la quantité de principe actif présente dans le sang après absorption (exprimée en mg) est modélisée par une fonction vérifiant l'équation différentielle :

   $$(E) : y' + 0,1y = 2e^{-0,1t}$$

   où $y$ est une fonction de la variable $t$ , définie et dérivable sur $[0\,;+\infty[$ et $y'$ la dérivée de la fonction $y$.

   (a) Déterminer les solutions sur $[0\,;+\infty[$ de l'équation $(E_0) : y' + 0,1y = 0$.

   (b) Soit $h$ la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par $h(t) = 2te^{-0,1t}$. Vérifier que $h$ est une solution particulière de $(E)$.

   (c) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation différentielle $(E)$.

   (d) Déterminer la solution de $(E)$ correspondant au problème posé.

2. **Étude d'une fonction**

   Soit la fonction $f$ définie pour tout $t$ de l'intervalle $[\,0;+\infty[$ par $f(t) = (2t+1)e^{-0,1t}$ .

   (a) On admet que la limite de $f$ en $+\infty$ est 0.
   Interpréter graphiquement cette limite.

   (b) On note $f'$ la fonction dérivée de $f$ et on admet que $f'(t) = (1,9 - 0,2t)e^{-0,1t}$.

      i. Étudier le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$.

      ii. Dresser le tableau des variations de $f$ sur $[0\,;+\infty[$.

Base Nationale des Sujets d'examen de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

3. **Application**

   (a) Au bout de combien de temps la quantité de principe actif dans le sang sera-t-elle maximale ?

   (b) Sur quel intervalle de temps le médicament sera-t-il efficace ?
   *Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

   (c) On donne :

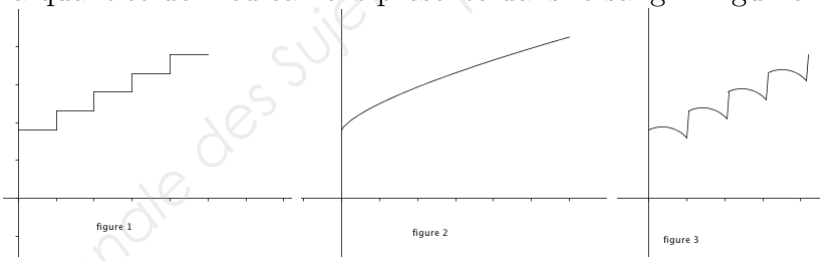
$$\int_0^{24} f(t)\mathrm{d}t = 210 - 690e^{-2,4}.$$

   Déterminer la quantité moyenne de principe actif présente dans le sang entre 0 et 24 h. On arrondira le résultat au dixième.

## Partie B : Étude statistique du second traitement

Le second traitement consiste à injecter par intraveineuse un médicament qui permet une meilleure vascularisation des vaisseaux sanguins de la rétine. À l'instant $t = 0$, on injecte une dose de 1,8 mg de médicament, appelée dose de charge. On suppose que ce procédé diffuse instantanément dans le sang le principe actif qui est ensuite progressivement éliminé par les reins.

1. **Administrations répétées du médicament**
   On décide de réinjecter une dose de 1,8 mg toutes les heures, dose supportable par le patient.
   Parmi les trois courbes suivantes, quelle est celle qui représente le mieux l'évolution de la quantité de médicament présente dans le sang ? Argumenter votre choix.




2. **Administration continue du médicament : recherche de la courbe de tendance**
   Après avoir injecté la dose de charge de 1,8 mg, on décide d'administrer ce médicament à l'aide d'une pompe, de manière continue, afin de réduire le plus possible les oscillations de la quantité de principe actif dans le sang.
   L'étude consiste à déterminer *l'état stationnaire* (steady state) pour ce médicament. On considère que l'état stationnaire est atteint lorsque la différence entre la quantité limite et la quantité dans le sang est inférieure ou égale à 1 mg.
   On effectue sept mesures régulières pendant 24 h et on obtient les relevés suivants, où $q_i$ désigne la quantité en mg de principe actif dans le sang à l'instant $t_i$.

Base Nationale des Sujets d'Examen de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

| $t_i$ (en heure) | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_i$ (en mg) | 1,8 | 9,5 | 15,5 | 20,2 | 23,7 | 26,8 | 28,7 |

On cherche à modéliser l'expression de la quantité de principe actif dans le sang en fonction du temps. Un ajustement affine n'étant pas judicieux, on décide de procéder à un changement de variable.

(a) On pose $y_i = \ln(36 - q_i)$.

i. Donner les 3 valeurs manquantes de ce tableau. Arrondir au centième.

| $t_i$ | 0 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $q_i$ | 1,8 | 9,5 | 15,5 | 20,2 | 23,7 | 26,8 | 28,7 |
| $y_i$ | 3,53 | 3,28 | | | 2,51 | 2,22 | |

ii. Déterminer, à l'aide de la calculatrice, une équation de $D$ la droite d'ajustement de $y$ en $t$ par la méthode des moindres carrés. Arrondir les coefficients au centième.

(b) Donner une expression de la quantité $q$ en fonction de $t$ déduite de cet ajustement.

*Dans la question suivante, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

(c) Un médecin affirme que l'état stationnaire est atteint en moins de trois jours. En admettant que la quantité limite est de 36 mg, quel argument peut-il fournir pour justifier cette affirmation ?

Base Nationale des Sujets d'Examen de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

# EXERCICE 2 (9 points)

**Industrie agroalimentaire**

L'entreprise agroalimentaire Flavornuts fabrique des arômes naturels servant à l'amélioration des préparations culinaires pour la pâtisserie ou la cuisine. Elle les conditionne dans des flacons de 58 ml qu'elle achète à l'entreprise Verremballage, qui conçoit, développe et commercialise des solutions d'emballages primaires composées de flacons standards.

**Les parties A, B et C peuvent être traitées de façon indépendante.**

## Partie A : Étiquetage

*»L'étiquetage des denrées alimentaires préemballées est obligatoire (articles R. 112-1 et suivants du code de la consommation). Certaines mentions sont imposées par la législation, d'autres sont facultatives. Toutes sont fournies par les fabricants, sous leur responsabilité. L'étiquetage est constitué par « les mentions, indications, marques de fabrique ou de commerce, images ou signes se rapportant à une denrée alimentaire et figurant sur tout emballage, document, écriteau, étiquette, bague ou collerette accompagnant ou se référant à cette denrée alimentaire (article R. 112-1 du code de la consommation). »*

Une fois fabriquées, les étiquettes peuvent présenter deux défauts : un défaut du visuel (graphisme, photo, couleur ...) ou l'absence de la date limite de consommation.

On considère les évènements suivants :

- A : « la date limite de consommation n'apparaît pas sur l'étiquette ».
- D : « l'étiquette comporte un défaut du visuel » ;

On suppose que les évènements $A$ et $D$ sont indépendants.

On admet que les probabilités des événements sont : $p(A) = 0{,}01$ et $p(D) = 0{,}03$.

1. Calculer la probabilité qu'une étiquette prélevée au hasard dans la production présente les deux défauts.
2. Calculer la probabilité qu'une étiquette prélevée au hasard dans la production ne présente aucun de ces deux défauts.

## Partie B : Étude de la contenance

Dans cette partie, les résultats seront arrondis, si nécessaire, à $10^{-2}$ près.

On définit une variable aléatoire V associant à chaque flacon son volume utile exprimé en mL.

On suppose que $V$ suit la loi normale de moyenne $m = 58$ (valeur annoncée par le fournisseur) et d'écart type $\sigma = 0{,}04$.

Le cahier des charges indique que le flacon est conforme lorsque ce volume appartient à l'intervalle [57,90 ; 58,10].

On choisit un flacon au hasard dans la production.

1. Déterminer la probabilité pour qu'il soit non conforme.
2. Donner une valeur arrondie au centième du réel h tel que : $p\left(58 - h \leqslant V \leqslant 58 + h\right) = 0{,}95$.
   *Toute trace de recherche sera prise en compte dans l'évaluation.*

Banque Nationale des sujets d'Examen de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

**Partie C : Test d'hypothèse.**

À l'occasion d'une commande, le service contrôle du laboratoire reçoit un lot de flacons. Il effectue un prélèvement aléatoire de 80 flacons. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

| Volume | [57,93; 57,97[ | [57,97; 58,01[ | [58,01; 58,05[ | [58,05; 58,09[ | [58,09; 58,13] |
|---|---|---|---|---|---|
| Effectif | 2 | 10 | 39 | 21 | 8 |

1. Calculer la moyenne $\bar{v}$ et l'écart type $s$ de cet échantillon (arrondir le résultat à $10^{-3}$ près) en faisant l'hypothèse que les valeurs observées sont respectivement celles du centre de chaque classe.

2. Construction du test

   Le volume des flacons doit être de 58 mL. On se propose de construire un test d'hypothèse bilatéral au seuil de signification de 5 % pour contrôler, au moment de la livraison, la moyenne $\mu$ de l'ensemble des volumes (en mL) des flacons. On note $\bar{V}$ la variable aléatoire qui, à chaque échantillon de 80 flacons prélevés au hasard dans l'ensemble de la production, associe la moyenne des volumes.

   On considère :

   - L'hypothèse nulle $H_0$ : $\mu = 58$
   - L'hypothèse alternative $H_1$ : $\mu \neq 58$

   Le seuil de signification est fixé à 0,05.

   On admet que, sous l'hypothèse $H_0$, $\bar{V}$ suit la loi normale $N\left(58\,;\,\dfrac{0{,}04}{\sqrt{80}}\right)$.

   (a) Parmi les quatre intervalles proposés, lequel utiliseriez-vous pour effectuer le test ? Justifier votre choix.

$$I = \left[58{,}04 - 1{,}65 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}; 58{,}04 + 1{,}65 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}\right]$$

$$J = \left[58{,}04 - 1{,}96 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}; 58{,}04 + 1{,}96 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}\right]$$

$$K = \left[58 - 1{,}65 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}; 58 + 1{,}65 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}\right]$$

$$L = \left[58 - 1{,}96 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}; 58 + 1{,}96 \times \frac{0{,}04}{\sqrt{80}}\right]$$

   (b) Énoncer la règle de décision du test.

3. **Utilisation du test**

   En utilisant les informations recueillies sur l'échantillon de 80 flacons, le service de contrôle acceptera-t-il cette livraison ? Justifier.

Base Nationale des Sujets d'Examen de l'enseignement professionnel
Réseau Canopé

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.

Copyright © 2026 FormaV. Tous droits réservés.

Ce document a été élaboré par FormaV© avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV©, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV© se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.